

用模糊聚类 Fuzzy C-Means 算法 实现图像分割

王和春 宫迅凯

摘要：本文描述了一种有效的 Fuzzy C-Means (FCM) 聚类算法的数学原理及其在图像分割中的应用，该算法的主要特点是提供了一种非监督的模糊聚类方式。为了减少计算量，文章引入了塔型数据结构 PDS (Pyramid Data Structure)，并对 FCM 算法的初始模糊矩阵的选取和实验结果进行了讨论。

关键词：模糊聚类、非监督聚类方式，图像分割。

一、引 言

在人工智能和计算机视觉领域中，以非监督方式实现图像的自动分割是一项极其有益的工作^[1]，一直得到人们的关注。以往的图像分割方法，如边缘检测，统计直方图法等都难以实现非监督方式的分割。将模糊聚类方法应用于图像识别领域是近几年的事，此方法的主要优点是能对图像进行非监督方式的自动分割及识别，在无法获取足够的先验知识的情况下，显得尤为重要。

J. C. Dunn 和 J. C. Bezdek 提出的 Fuzzy C-Means (FCM) 算法将模糊集概念应用到聚类分析中，它可描述为在某一特征空间内，通过对空间元素和聚类中心之间的隶属度的分析，将元素归为隶属度最大的类别^{[1][2]}。

用 FCM 聚类算法实现图像分割，首先对图像象元提取特征值，然后在每个象元与类别之间建立隶属函数，我们把表示隶属函数的矩阵称为模糊矩阵，它描述了每个象元隶属不同类别的程度。这样，对最终的优化模糊矩阵清晰化，就可将每个象元归为相应的类别。问题在于如何找到一个优化的模糊矩阵，使它描述的图像更具有“真实性”。J. C. Bezdek 等人成功地解决了这个问题，并证明了可用迭代的方法求出局部最优解的模糊矩阵，使其均方误差最小。

本文的结构安排如下，第二节介绍了 FCM 算法，第三节论述了 PDS (Pyramid Data Structure)，第四节、第五节分别给出了实验结果和结论。

二、Fuzzy C-Means 聚类算法

基于模糊划分的模糊聚类分析方法是 by E. Ruspini 首先提出的，J. C. Dunn 和 J. C. Bezdek 进一步完善了这种方法，主要是模糊 ISODATA 方法，即模糊 C-均值 (FCM) 方法。

设 R 为一有限实数集, R^d 是实数集 R 的 d 维向量空间, x 是 R^d 的一个有限子集, $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 。对于一个整数 c , $2 \leq c \leq n$, 一个 $c \times n$ 维的矩阵 $u = [u_{ik}]_{c \times n}$ 称为 n 个数据 $x = \{x_k\}$ 的一个 Fuzzy-C 划分, 其中 u 阵的各项必须满足以下三个条件:

$$(1) \sum_{j=1}^c u_{ij} = 1, \quad \forall i, \quad (1)$$

$$(2) \sum_{k=1}^n u_{ik} > 0, \quad \forall i, \quad (2)$$

$$(3) u_{ik} \in [0, 1] \quad \forall i, \quad \forall k, \quad (3)$$

u_{ik} 表示 x_k 对于第 i 类子集的隶属度。

理想的聚类是使泛函:

$$J_m(u, v) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ik}^m \|x_k - v_i\|^2 \quad (4)$$

为极小的 u , FCM 方法是求解 (4) 式局部最小值的方法之一。(4) 式中, u 是 x 的一个模糊 c 分类, $\|*\|$ 是任意一种范数, $v = (v_1, v_2, \dots, v_c)$ 是聚类中心向量, $v_i \in R^d$, $m \in [1, \infty)$ 是隶属度加权因子。

假设对所有的 $i, k, x_k \neq v_i$, 在 $m > 1$ 时, (u, v) 是 J_m 的一个局部最小值:

$$u_{ik} = \left(\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{2/(m-1)} \right)^{-1} \quad (5)$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m} \quad (6)$$

J.C. Bezdek 给出了在 $m \geq 1$, 且 $x_k \neq v_i$ 时的模糊 ISODATA 算法:

1. 取定 c : $2 \leq c \leq n$, 取模糊矩阵初值 $u^{(0)} \in Mfc$, 给定 $\varepsilon > 0$, 以及隶属度加权因子 m , 逐步进行迭代, $p = 0, 1, 2, \dots$;

2. 计算聚类中心 $v = \{v_i^{(p)}\}$,

$$v_i^{(p)} = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(p)m} x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(p)m}}$$

3. 修正 $u^{(p)}$

$$u_{ik} = \left(\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{2/(m-1)} \right)^{-1}$$

4. 用一个矩阵范数 $\|*\|$ 比较 $u^{(p)}$ 与 $u^{(p+1)}$, 对于取定的 $\varepsilon > 0$, 如果

$$\|u^{(p+1)} - u^{(p)}\| < \varepsilon$$

则停止迭代, 否则 $p = p + 1$, 转向 2。

用以上算法得到的 (u, v) 是相对于分类 c , 初值 $u^{(0)}$, R^d 中的范数和矩阵范数 $\|*\|$, ε 以及参数 m 的局部最优解。

使用该算法要求 $x_k \neq v_i$, 当 $x_k = v_i$ 时, 先把 x_k 排除掉, 待下一次迭代时再放入。

以上得到的 u 是对应 x 的一个优化模糊划分矩阵, 可用下列方法使化分清晰化, 得到 x 的普通分类:

在 u 的第 k 列中, 若 $u_{i..k} = \max(u_{i..k}), 1 \leq i \leq c$, 则将 x_k 归入第 i_0 类。也就是说, x_k 对哪一类的隶属度最大, 就将它归入那一类。

三、图像分割的层次结构

FCM算法利用上述的迭代计算,得到一优化的模糊矩阵,将该模糊矩阵清晰化,使图像的每个象元归为相应的类别。由于一般图像具有 128×128 以上个象元,遥感图像多达 1024×1024 个,对这样大的图像进行分割,利用上述方法进行迭代运算,其计算量是相当大的。在计算机发展初期,由于计算机的速度较慢,这种算法曾因此一度受到了很大的限制,随着高速计算机的出现,这一问题已日趋解决,但就微型机而言,还不能达到十分满意的效果。

为此,我们引用了塔型数据结构(PDS)^[3],按下列公式把图像分成不同级的量化图像,式中 I_k 表示 k 级量化图像的灰度值。

$$I_{k-1} = \{I_k(2i, 2j) + I_k(2i-1, 2j) + I_k(2i, 2j-1) + I_k(2i-1, 2j-1)\} / 4 \quad (7)$$

利用公式(7)可由 k 级计算出 $k-1$ 级的图像,不难看出, $k-1$ 级图像的分辨率比 k 级降低了4倍,相应的计算量也减少了4倍。

采用PDS可大大减少计算量,它允许我们先对低分辨率的 $k-1$ 级图像进行分割,然后将结果映射到高分辨率的 k 级图像上。对 k 级图像的分割是以 $k-1$ 级图像的分割结果为依据的,即只需要对 $k-1$ 级分割中没能确定类别的象元进行再分割,这样,由低到高逐级映射分割,直到获得满意的结果^[4]。

PDS数据结构作为一种强有力的辅助工具,被广泛用于图像聚类分割领域,它为在可接受的时间内用计算量较大的聚类算法(如上述的FCM)完成图像分割提供了一条捷径。

四、实验及结果

实验中我们用FCM算法对图像(1)进行了分割。这是一幅分辨率为 128×128 的单色航空图片,包含了建筑物、草地、树等目标,由于拍摄距离较远,整个画面基本上可分为两个灰度层次,较高的灰度值代表建筑物,而较低的灰度值代表背景,包括草地、树等。因此,我们把图像(1)分为两个类别。

对单色图像而言,选择其灰度作为特征值,特征向量为—维。需要说明的是,在描述图像过程中,特征值的提取是一项复杂而致关重要的任务,它直接影响着图像分割及识别的结果。鉴于本文篇幅有限以及侧重点的不同,在此不做具体论述。

借助于PDS,我们由图像(1)产生三幅量化图像,分别为 64×64 、 32×32 和 16×16 分辨率,见图2(a)、2(b)、2(c),它们将图像(1)的16384个象元分别降低到4096、1024和256个,相应的,每一级量化可使计算量减少4倍。

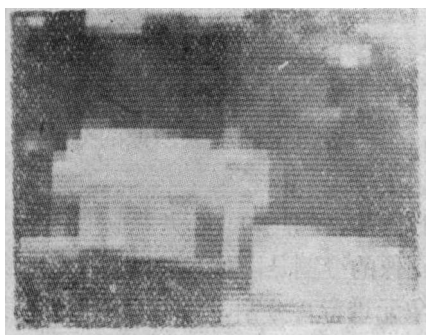
从理论上说,对初始模糊矩阵的选取是任意的,它不局限于被分割的图像,只影响算法的收敛速度,文献^[10]中给出了常用的三种选择方法。为进一步说明问题,实验中选一模糊度较高的初始矩阵,用PASCAL语言描述为:



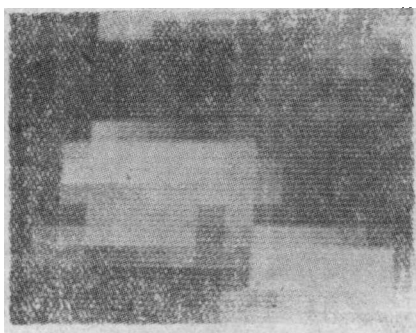
图1 原始图像



(a)



(b)



(c)

图2 图1的量化图像

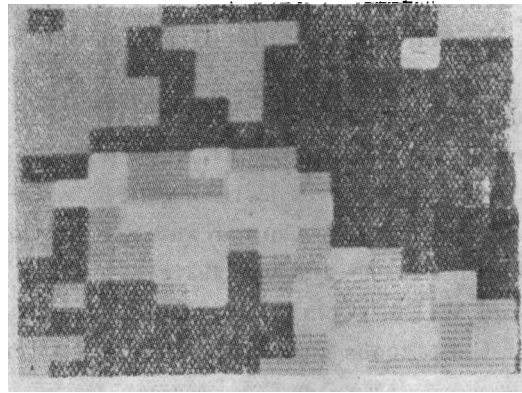
```

REPEAT
    IF gray >= I1 THEN
        BEGIN
            u(1, k) := 0.48;
            u(2, k) := 1.0 - u(1, k);
        END;
    IF (gray < I1) AND (gray > I2) THEN
        BEGIN
            u(1, k) := 0.50;
            u(2, k) := 0.50;
        END;
    IF gray < I2 THEN
        BEGIN
            u(1, k) := 0.52;
            u(2, k) := 1.0 - u(1, k);
        END;
    k := k + 1;
UNTIL k > N;
    
```

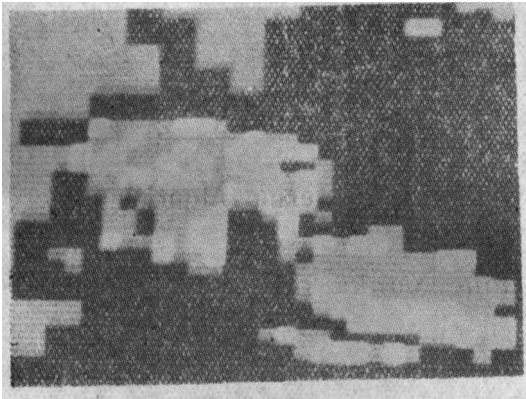
I_1 、 I_2 为选定的灰值， N 为图像的象元数。实验中用此矩阵进行迭代运算，只需十几次就可收敛，得到满意的结果。

在 $m = 2$ ， $c = 2$ ， $\| * \|$ 为欧氏距离的条件下，首先对 16×16 分辨率图像进行分割，得到的结果为图 3 (a)。图中三个不同的灰度级分别表示三类区域，较亮的表示为建筑物，灰色为模糊区（即不确定区），黑色为背景。为进一步识别出模糊区的细节，需将灰色区域映射到 32×32 分辨率的图像上进行再分割。实验中我们获得的结果见图 3 (b)，3 (c)。可以看出，每一级的再分割使图像的细节进一步显示出来，最后得到的 64×64 分辨率图像的分割结果图 3 (c) 在主要目标上与原图像的人为视觉识别基本相同。

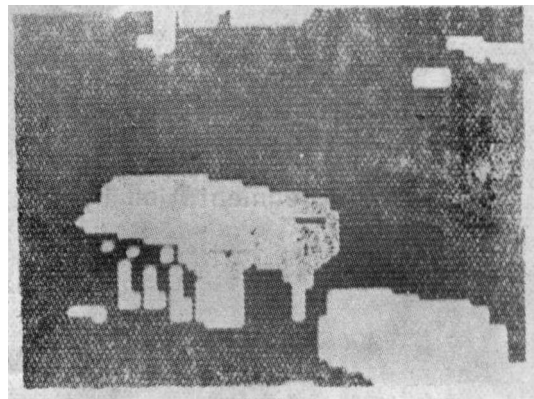
与图像 (1) 相比，图 3 (c) 中丢失了一些细节，原因并不在于 FCM 算法本身，而是由于采用了 PDS 造成的。就 16×16 分辨率图像而言，它的每一个象元是由 8 个 128×128 分辨率图像的象元平均而得到的，如果在 128×128 分辨率的图像中目标的象元数少于 8 个，那么该目标在 16×16 分辨率图像中就可能丢失，这是 PDS 的不足之处。



(a)



(b)



(c)

图3 分割结果

为避免丢失细节，应尽量从较高分辨率图像开始迭代，显然这是以时间为代价的。

五、结 论

J.C.Bezdek 等人提出的FCM算法将模糊集概念应用到模式识别理论中，并用迭代方法求出了它的局部最优解，借助于 PDS，较好地解决了该算法运算量过大的问题，使之付诸实用。与其他分割方法相比，FCM 算法最大的优点是为非监督方式的图像自动识别系统，即不需要人工干预或较少干预就可完成的识别系统提供了一个强有力的工具，在图像目标类别具有不同灰值，且背景均匀的情况下，分割效果较好，因此在多光谱遥感图像分析和航空图像的目标识别方面有较高的应用价值。FCM 算法结合纹理分析，可避免由于使用 PDS 而丢失细节信息，能够获得十分满意的效果。

本文是以 FCM 聚类算法做为重点，因此在文章中对特征向量的提取及分割结果的评价问题没做具体讨论。

参 考 文 献

- [1] Mohan M. Trivedi and James C. Bezdek, IEEE Trans. on SMC, SMC-16, No. 4, August, 1986, 589—598.
- [2] Robert L. Cannon, Jitendra V. Dave, James C. Bezdek and Mohan M. Trivedi,

- IEEE Trans.on GE, GE24, No.3, May, 1986, 400—408.
- [3] Tanimoto S.and T.Pavlidis, Computer Graphics and Image processing, 4, 104—119, 1975.
- [4] Mohan M.Trivedi, SPIE. 754, 255—259, 1987.
- [5] T.Pavlidix, Proc.IEEE, 67, No.5, 737—744, May 1979.
- [6] G.B.Leman and H.C.Andrews, Proc.IEEE, 67, No.5, 773—785, May 1979.
- [7] M.M.Trivedi, C.A.Harlow, R.W.Conner and S.Goh, Computer Vision Graphics and Image Processing, 28, 199—219, Nov.1984.
- [8] J.C.Bezdek, R., and W.Full, Computer and Geosciences, 10, 191—203, 1984.
- [9] T.L.Huntsberger C.L.Jacobs and R. L.Cannon, Pattern Recognition, 18, 131—138, 1985.
- [10] J.R.Key, J.A.Maslanik and R.G.Barry, Remote Sensing, 10.No.12. 1823—1842, 1989.

Image Segmentation by Fuzzy C-Means Clustering Algorithm

Wang Hechun Gong Xunkai

Abstract

The mathematical principle of the effective fuzzy c-means (FCM) algorithm and its application for image segmentation are described. This algorithm is characterized by unsupervised clustering. The pyramid data structure (PDS) can be used to reduce amount of computation, and both the choice of the initial matrix of the FCM algorithm and experimental results are discussed.

Key words: Fuzzy clustering, Unsupervised clustering and Image segmentation.